

# CONTENIDO

# MATEMÁTICAS II 2º BACHILLERATO

Editorial McGraw-Hill

- 1ª EU: UNIDADES 1, 2, 3, 4, 5  
2ª EU: UNIDADES 7, 8, 12, 13, 14  
3ª EU: UNIDADES 15, 16, 17

AUTORES: LORENZO ABELARDO LAPÚN  
JUAN CARLOS GARCÍA ARRIBAS  
CELESTINO MARTÍNEZ DONTALBA  
ISBN: 84-481-0433-1

NOTA:

PUEDES USAR CUALQUIER OTRO LIBRO DE TEXTO

## BLOQUE TEMÁTICO I: ÁLGEBRA LINEAL

### UNIDAD 1

#### SISTEMAS DE ECUACIONES LINEALES 10

- 1.1. Sistemas de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas 11
- 1.2. Resolución de sistemas  $2 \times 2$ : método de sustitución 13
- 1.3. Resolución de sistemas  $2 \times 2$ : método de eliminación 13
- 1.4. Sistemas de ecuaciones lineales generales 16
- 1.5. Sistemas equivalentes. Operaciones elementales 18
- 1.6. Matrices asociadas a un sistema 19
- 1.7. Método de eliminación de Gauss 21
- 1.8. Método de Gauss-Jordan 25

Resolución de problemas 29  
Problemas propuestos 34  
Autoevaluación 36  
Divertimentos 37

### UNIDAD 2

#### MATRICES 38

- 2.1. Matrices 39
- 2.2. Suma y diferencia de matrices 41
- 2.3. Producto de una matriz por un número real 43
- 2.4. Producto de matrices 44
- 2.5. Propiedades del producto de matrices 47
- 2.6. Traspuesta de una matriz 49

Resolución de problemas 50  
Problemas propuestos 53  
Autoevaluación 54  
Nota histórica 55

### UNIDAD 3

#### MATRICES CUADRADAS 56

- 3.1. Tipos especiales de matrices cuadradas 57
- 3.2. Identidad para el producto de matrices cuadradas 58
- 3.3. Inversa de una matriz cuadrada 59
- 3.4. Inversa de una matriz  $2 \times 2$  61
- 3.5. Cálculo de inversas por el método de Gauss-Jordan 62

- 3.6. Potencias de matrices 64
- 3.7. Cálculo de potencias por el método de inducción 67
- 3.8. Ecuaciones matriciales 68
- 3.9. Resolución de sistemas por el método de la matriz inversa 69

Resolución de problemas 72  
Problemas propuestos 76  
Autoevaluación 77  
Divertimentos 79

### UNIDAD 4

#### DETERMINANTES 80

- 4.1. Determinantes de órdenes uno y dos 81
  - 4.2. Determinantes de orden tres 81
  - 4.3. Determinantes de orden  $n$  83
  - 4.4. Propiedades de los determinantes 84
  - 4.5. Cálculo efectivo de determinantes 90
  - 4.6. Determinantes y matriz inversa 93
  - 4.7. Sistemas de Cramer. Regla de Cramer 94
- Apéndice: Demostración de las propiedades 1 y 2 de los determinantes 96

Resolución de problemas 98  
Problemas propuestos 102  
Autoevaluación 103  
Divertimentos 105

### UNIDAD 5

#### RANGOS. TEOREMA DE ROUCHÉ-FROBENIUS 106

- 5.1. Rango de una matriz 107
  - 5.2. Equivalencia de matrices y rango 108
  - 5.3. Dependencia lineal y rango 110
  - 5.4. Cálculo de rangos 112
  - 5.5. Teorema de Rouché-Frobenius 114
  - 5.6. Discusión de sistemas generales 115
  - 5.7. Discusión de sistemas homogéneos 116
- Apéndice: Demostración del punto (2) del Teorema de Rouché-Frobenius 117

Resolución de problemas 118  
Problemas propuestos 122  
Autoevaluación 123  
Divertimentos 124

## BLOQUE TEMÁTICO II: GEOMETRÍA

### UNIDAD 6

#### VECTORES Y GEOMETRÍA EN EL PLANO 126

- 6.1. Vectores en el plano cartesiano 127
  - 6.2. Componentes de los vectores 128
  - 6.3. Producto de un vector por un escalar 130
  - 6.4. Suma de vectores 131
  - 6.5. Bases en el plano 133
  - 6.6. El producto escalar de dos vectores 135
  - 6.7. Ortogonalidad 137
  - 6.8. Proyección ortogonal 138
  - 6.9. Ecuaciones de las rectas en el plano 140
  - 6.10. Ángulos, posiciones relativas y distancias en el plano 142
  - 6.11. Ecuaciones de la rotación y traslación de ejes 143
- Apéndice: Introducción a los espacios vectoriales 144
- Resolución de problemas 147  
Problemas propuestos 151  
Autoevaluación 152  
Divertimentos 153

### UNIDAD 7

#### GEOMETRÍA EN EL ESPACIO I 154

- 7.1. Vectores en el espacio 155
  - 7.2. Distintas formas de la ecuación de la recta en el espacio 158
  - 7.3. Distintas formas de la ecuación del plano en el espacio 159
  - 7.4. Posición relativa de dos planos. Condición de paralelismo 161
  - 7.5. Posición relativa de recta y plano 163
  - 7.6. Haz de planos 165
  - 7.7. Posición relativa de dos rectas 166
  - 7.8. Posición relativa de tres planos 167
- Resolución de problemas 168  
Problemas propuestos 171  
Autoevaluación 172  
Divertimentos 173

### UNIDAD 8

#### GEOMETRÍA EN EL ESPACIO II 174

- 8.1. Producto escalar de vectores en el espacio 175
  - 8.2. Producto vectorial: propiedades y significado geométrico 176
  - 8.3. Producto mixto: propiedades y sentido geométrico 179
  - 8.4. Concepto de distancia. Distancia euclídea 181
  - 8.5. Distancia entre dos variedades afines lineales 181
  - 8.6. Ecuación de un plano que pasa por un punto y es ortogonal a un vector 182
  - 8.7. Distancia de un punto a un plano 183
  - 8.8. Distancia de un punto a una recta 184
  - 8.9. Distancia entre dos rectas que se cruzan 185
- Resolución de problemas 186  
Problemas propuestos 191  
Autoevaluación 192  
Divertimentos 193

### UNIDAD 9

SELECTIVIDAD?

#### LUGARES GEOMÉTRICOS. CÓNICAS 194

- 9.1. Lugares geométricos 195
  - 9.2. La circunferencia 196
  - 9.3. Ángulos en la circunferencia 198
  - 9.4. Potencia de un punto respecto a una circunferencia 200
  - 9.5. Eje radical de dos circunferencias 201
  - 9.6. La elipse 202
  - 9.7. La hipérbola 206
  - 9.8. La parábola 210
  - 9.9. Cónicas y directrices 212
  - 9.10. Ecuaciones algebraicas y cónicas 214
  - 9.11. Las secciones cónicas 215
- Resolución de problemas 216  
Problemas propuestos 222  
Autoevaluación 223  
Divertimentos 225

### UNIDAD 10

SELECTIVIDAD?

#### CURVAS Y SUPERFICIES 226

- 10.1. Ecuaciones paramétricas de curvas en el plano 227
  - 10.2. Cilindros y conos 230
  - 10.3. Superficies cuadradas 232
  - 10.4. Curvas en el espacio 235
  - 10.5. Coordenadas cilíndricas y esféricas 237
- Apéndice: Superficies cuadradas 240
- Resolución de problemas 242  
Problemas propuestos 245  
Autoevaluación 246  
Divertimentos 247

## BLOQUE TEMÁTICO III: ANÁLISIS

### UNIDAD 11

#### SUCESIONES 250

- 11.1. ¿Qué es una sucesión? 251
  - 11.2. Sucesiones en progresión aritmética 252
  - 11.3. Sucesiones en progresión geométrica 253
  - 11.4. Puntos de acumulación 254
  - 11.5. Sucesiones convergentes 255
  - 11.6. Sucesiones divergentes 256
  - 11.7. Sucesiones monótonas 256
  - 11.8. Operaciones con límites 257
  - 11.9. Cálculo de límites 258
  - 11.10. El número  $e$  261
- Apéndice: El número  $e$  y las inversiones de capital 263
- Resolución de problemas 264  
Problemas propuestos 267  
Autoevaluación 268  
Divertimentos 269

## UNIDAD 12

### LÍMITES DE FUNCIONES 270

- 12.1. Desigualdades y semirrectas 271
- 12.2. Desigualdades dobles e intervalos 272
- 12.3. Límites laterales 272
- 12.4. Límite de una función en un punto 276
- 12.5. Propiedades de los límites 278
- 12.6. Límites de funciones compuestas 278
- 12.7. Límites en el infinito 279
- 12.8. Cálculo de límites en el infinito 281
- 12.9. Asíntotas 283

Resolución de problemas 285  
Problemas propuestos 287  
Autoevaluación 288  
Divertimentos 289

## UNIDAD 13

### FUNCIONES CONTINUAS 290

- 13.1. Funciones continuas 291
- 13.2. Operaciones con funciones continuas 293
- 13.3. Cálculo de límites por sustitución directa 294
- 13.4. Continuidad en intervalos cerrados 296
- 13.5. El teorema del valor intermedio 298
- 13.6. El teorema de Bolzano 299
- 13.7. Tipos de discontinuidades 300

Resolución de problemas 302  
Problemas propuestos 305  
Autoevaluación 306  
Divertimentos 307

## UNIDAD 14

### DERIVADAS 308

- 14.1. La derivada: tasa de variación instantánea 309
- 14.2. Notación alternativa para la derivada 310
- 14.3. Interpretaciones de la derivada 311
- 14.4. ¿Cuándo existe la derivada? 313
- 14.5. Algunas derivadas importantes 314
- 14.6. Reglas de derivación 316
- 14.7. La regla de la cadena 318
- 14.8. Derivación implícita 320
- 14.9. Tasas de variación relacionadas 322
- 14.10. Derivadas de orden superior 323

Resolución de problemas 324  
Problemas propuestos 327  
Autoevaluación 328  
Divertimentos 329

## UNIDAD 15

### APLICACIONES DE LA DERIVADA 330

- 15.1. Extremos relativos (o locales) 331
- 15.2. Teorema de Rolle y teorema del valor medio 332

- 15.3. Crecimiento y decrecimiento 334
- 15.4. Intervalos prueba. Criterio de la primera derivada 335
- 15.5. Concavidad. Criterio de la segunda derivada 335
- 15.6. Puntos de inflexión 339
- 15.7. Análisis de gráficas 341
- 15.8. Optimización en intervalos cerrados 344
- 15.9. Optimización en intervalos abiertos 346
- 15.10. La regla de L'Hôpital 348
- 15.11. Extensiones de la regla de L'Hôpital 350

Resolución de problemas 353  
Problemas propuestos 360  
Autoevaluación 361  
Nota histórica 363

## UNIDAD 16

### LA INTEGRAL 364

- 16.1. El área y la integral definida 365
- 16.2. Propiedades de las integrales definidas 368
- 16.3. Cálculo de integrales: S.O.S. 369
- 16.4. El teorema fundamental del cálculo 370
- 16.5. La regla de Barrow 372
- 16.6. Integrales indefinidas 374
- 16.7. Tabla de integrales indefinidas 375
- 16.8. Integración por partes 377
- 16.9. El método de sustitución (cambio de variable) 379
- 16.10. Fórmulas básicas de integración 381
- 16.11. Integración por descomposición en fracciones simples 382

Resolución de problemas 386  
Problemas propuestos 389  
Autoevaluación 390  
Divertimentos 391

## UNIDAD 17

### APLICACIONES DE LA INTEGRAL 392

- 17.1. Área bajo la gráfica de una función positiva 393
  - 17.2. Área limitada por una gráfica arbitraria 394
  - 17.3. Área entre dos gráficas 396
  - 17.4. Volumen de un sólido de sección conocida 397
  - 17.5. Volumen de sólidos de revolución 399
  - 17.6. Valor medio de una función 400
  - 17.7. Integrales con límites variables 401
  - 17.8. Cambio de variable en una integral definida 402
- Apéndice: Integración aproximada 404

Resolución de problemas 406  
Problemas propuestos 411  
Autoevaluación 412  
Divertimentos 413

## SOLUCIONARIO 414